

# IMPLEMENTASI MODEL PENGUKURAN *BULLWHIP EFFECT* MENGGUNAKAN MODEL MA(1)

Tita Talitha<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknik  
Universitas Dian Nuswantoro  
Jalan Nakula I No. 5-11 Semarang  
Email : tita@dosen.dinus.ac.id

## Abstract

*In supply chain management, one of the most critical problems which require a lot of effort with is how to quantify and alleviate the impact of bullwhip effect. Fault information can make distortion of information which one of the consequence is variance of demand on supply chain channel. In fact, variability disposed moving upstream that is bullwhip effect phenomenon. In this research, a measure of bullwhip effect will be developed through moving average model, MA(1). From the resulting bullwhip measurement model can be implemented because the value of  $r > -0.5$ .*

**Keywords :** Bullwhip effect, demand, MA(1)

## Abstrak

Dalam *Supply Chain Management*, salah satu masalah yang paling kritis yang mana memerlukan banyak usaha dengan bagaimana untuk kuantitatif dan mengurangi pengaruh dari bullwhip effect. Kurangnya informasi dapat menimbulkan distorsi informasi dimana salah satu akibatnya adalah variasi permintaan yang terjadi pada saluran *supply chain*. Bahkan variabilitas tersebut cenderung bergerak upstream yang dinamakan fenomena buulwhip effect. Dalam penelitian ini, pengukuran *bullwhip effect* akan dikembangkan melalui model moving average, MA(1). Dari model pengukuran *bullwhip* yang dihasilkan dapat diimplementasikan karena nilai  $r > -0.5$ .

**Kata Kunci :** Bullwhip effect, permintaan, MA(1)

## 1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan industri yang semakin kompetitif menyebabkan munculnya banyak pemain-pemain baru di dunia industri. Beberapa perusahaan sekarang ini menggunakan strategi menjaga rantai pasok (*supply chain*) dalam menguasai ataupun mempertahankan pasar. Namun dalam prakteknya banyak ditemui kendala dalam penerapan sistem *supply chain*. Kendala yang sering muncul adalah adanya kesalahan informasi yang diterima dimana salah satu akibatnya adalah adanya ketidakpastian *stock* yang terjadi pada *supply chain channel*.

Variabilitas cenderung meningkat dari arah hilir ke hulu (dari *customer* ke *supplier*), dimana hal tersebut muncul sebagai suatu fenomena yang disebut dengan *bullwhip effect*. *Bullwhip effect* merupakan hambatan bagi perusahaan dalam menerapkan strategi *Supply Chain Management* (SCM). Lee et. al (1997) mengidentifikasi 4 penyebab utama dari *bullwhip effect* yaitu *demand forecasting updating*, *order batching*, *price fluctuation*, dan *rationing & shortage gaming*. Warburton, et. al (2004) dalam proyeknya menyebutkan bahwa *bullwhip effect* merupakan masalah yang sangat signifikan di berbagai jenis perusahaan dan industri. *Bullwhip effect* juga menyebabkan meningkatnya biaya karena menimbulkan kelebihan *inventory*, ketidakpuasan konsumen dan ketidakpastian rencana produksi (Diana Yan Wu dan Elena K, 2006). Moyaux et. al (2006) menyatakan *bullwhip effect* juga menyebabkan tidak adanya efisiensi dalam *supply chain*, yang selanjutnya juga akan meningkatkan biaya. *Bullwhip effect* juga cenderung menimbulkan *dysfunctional outcomes*.

Meskipun sumber utama yang menyebabkan *bullwhip effect* telah diidentifikasi, kuantifikasi *bullwhip effect* masih menjadi tantangan bagi banyak peneliti. Dalam penelitian ini,

pengaruh koefisien MA(1) dan *lead time* dalam pengukuran *Bullwhip Effect* (BE) akan dianalisis kemudian model akan diimplementasikan pada salah satu perusahaan garment.

## 2. METODE PENELITIAN

Tahap awal pengembangan model ini yaitu dengan menganalisis pola data yang lalu kemudian menentukan metode yang dipergunakan dan selanjutnya memproyeksikan data yang lalu menggunakan metode yang dipergunakan. Model yang akan dikembangkan adalah  $B(L, \theta)$ , dimana  $\theta$  merupakan koefisien *Moving Average* (1). Tahapan formulasi model yang dilakukan menggunakan pendekatan AR(1). Variabel yang ditambahkan dalam pengembangan model ini adalah parameter MA ( $\beta$ ) sebagai nilai taksiran untuk model MA(1).

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### Pengembangan Model

Notasi yang digunakan dalam pengembangan model adalah :

$D_t$  : Permintaan pada periode  $t$

$q_t$  : *Order quantity* pada awal periode  $t$

$S_t$  : *Order-up-to level* pada awal periode  $t$

$$\beta = \frac{-\theta}{1+\theta^2}$$

$\theta$  : Koefisien korelasi MA(1)

$\delta$  : Konstanta dari model MA

$\mu_d$  : *Mean* dari proses MA yang digunakan untuk mendiskripsikan proses permintaan

$\sigma_d^2$  : Variansi permintaan

$L$  : *Lead time order*

$D_t^L$  : Permintaan saat  $L$

$\hat{D}_t^L$  : Peramalan permintaan saat  $L$

$\hat{\sigma}_t^L$  : Standar deviasi kesalahan peramalan permintaan saat  $L$

$\varepsilon_t$  : Kesalahan peramalan pada periode  $t$

Tahap-tahap membangun model dengan mengikuti prosedur yang dilakukan Luong (2007) sebagai berikut :

#### a. Diskripsi Sistem

Dengan mempertimbangkan kebijakan *inventory* persamaan *order quantity* ( $q_t$ ) pada awal periode  $t$  adalah :

$$q_t = S_t - S_{t-1} + D_{t-1} \quad (1)$$

Jika kebijakan *inventory* digunakan,  $S_t$  dapat ditentukan melalui permintaan saat  $L$  adalah :

$$S_t = \hat{D}_t^L + z\hat{\sigma}_t^L \quad (2)$$

#### b. Proses Permintaan

Luong (2007) telah mengukur *bullwhip effect* berdasar kebijakan persediaan dan peramalan permintaan menggunakan AR(1) yaitu :

$$D_t = \delta + \phi_1 D_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Untuk proses MA(1) dengan  $q=1$  menghasilkan  $\rho = \theta$ , dimana  $q$  adalah orde dari metode peramalan MA(1). Bila  $\rho$  diganti dengan  $r$  yang diketahui sebagai autokorelasi empiris diperoleh nilai taksiran  $\beta$  untuk proses MA(1) maka nilai  $\rho$  adalah  $\frac{-\theta}{1+\theta^2}$  (Makridakis, 1999

hal. 501). Maka nilai penaksir  $r$  dapat ditulis :

$$r = \frac{-\theta}{1+\theta^2} = \beta \quad (4)$$

Menggunakan persamaan (3) dan persamaan (4), proses permintaan dirumuskan :

$$D_t = \delta + \beta D_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

Dimana  $\varepsilon_t$  ( $t=1,2,\dots$ ) variabel random berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi  $\sigma^2$ .

Untuk proses MA(1) yang stasioner maka :

$$E(D_t) = E(D_{t-1}) = \mu_d \quad (6)$$

Oleh karena itu dari persamaan (5) diperoleh :

$$\mu_d = \frac{\delta}{1-\beta} \quad (7)$$

Mengacu pada persamaan Luong (2007), dari persamaan (5) juga diperoleh :

$$\sigma_d^2 = \beta^2 \sigma_d^2 + \sigma^2, \text{ atau } \sigma_d^2 = \frac{\sigma^2}{1-\beta^2} \quad (8)$$

Dari persamaan (7) dan (8), dapat dilihat bahwa *order* untuk proses permintaan yang stasioner, maka  $|\beta| < 1$ .

### c. Penentuan Peramalan Permintaan Saat $L$

Permintaan saat  $L$  ditulis sebagai berikut :

$$D_t^L = D_t + D_{t+1} + \dots + D_{t+L-1} = \sum_{i=0}^{L-1} D_{t+i} \quad (9)$$

$$\hat{D}_t^L = \hat{D}_t + \hat{D}_{t+1} + \dots + \hat{D}_{t+L-1} = \sum_{i=0}^{L-1} \hat{D}_{t+i} \quad (10)$$

Untuk proses MA(1),  $\hat{D}_t$  dapat ditentukan :

$$\hat{D}_{t+i} = E[D_{t+i} | D_{t-1}, D_{t-2}, \dots]$$

Selanjutnya akan menghasilkan :

$$D_{t+i} = \delta + \beta D_{t+i-1} + \varepsilon_{t+i}$$

Jika  $D_{t+i-1}$  dinyatakan dalam  $D_{t+i-2}$ , maka :

$$D_{t+i-1} = \delta + \beta D_{t+i-2} + \varepsilon_{t+i-1}$$

Kemudian :

$$D_{t+i} = \delta(1+\beta) + \beta^2 D_{t+i-2} + \beta \varepsilon_{t+i-1} + \varepsilon_{t+i}$$

Menggunakan prosedur di atas diperoleh :

$$D_{t+i} = \delta(1+\beta+\dots+\beta^i) + \beta^{i+1} D_{t-1} + \varepsilon_{t+i} + \beta \varepsilon_{t+i-1} + \dots + \beta^i \varepsilon_t \quad (11)$$

Selanjutnya :

$$\hat{D}_{t+i} = E[D_{t+i}|D_{t-1}, D_{t-2}, \dots] = \delta(1 + \beta + \dots + \beta^i) + \beta^{i+1} D_{t-1} = \frac{\delta(1 - \beta^{i+1})}{1 - \beta} + \beta^{i+1} D_{t-1} = \mu_d(1 - \beta^{i+1}) + \beta^{i+1} D_{t-1}$$

Dari pernyataan di atas, pernyataan eksplisit  $\hat{D}_t$  diperoleh dan berbentuk persamaan (12) berikut :

$$\hat{D}_{t+i} = \mu_d(1 - \beta^{i+1}) + \beta^{i+1} D_{t-1} \quad (12)$$

Selanjutnya persamaan (12) disubstitusikan ke persamaan (10), diperoleh :

$$\hat{D}_t^L = \mu_d \sum_{i=0}^{L-1} (1 - \beta^{i+1}) + D_{t-1} \sum_{i=0}^{L-1} \beta^{i+1} = \mu_d \left( L - \frac{\beta(1 - \beta^L)}{1 - \beta} \right) + \frac{\beta(1 - \beta^L)}{1 - \beta} D_{t-1} \quad (13)$$

#### d. Penentuan Standar Deviasi Kesalahan Peramalan Permintaan Saat L

Pada tahap ini, pernyataan variansi dari kesalahan peramalan permintaan saat L akan dikembangkan. Didefinisikan :

$$\left( \hat{\sigma}_t^L \right)^2 = \text{VAR} \left( D_t^L - \hat{D}_t^L \right) \quad (14)$$

Dan untuk kesalahan peramalan adalah :

$$\begin{aligned} D_t^L - \hat{D}_t^L &= \left( D_t - \hat{D}_t \right) + \left( D_{t+1} - \hat{D}_{t+1} \right) + \dots + \left( D_{t+L-1} - \hat{D}_{t+L-1} \right) \\ &= e_t + e_{t+1} + e_{t+L-1} = \sum_{i=0}^{L-1} e_{t+i} \end{aligned}$$

Dari persamaan (11) dapat ditentukan :

$$e_{t+i} = D_{t+i} - \hat{D}_{t+i} = \varepsilon_{t+i} + \beta \varepsilon_{t+i-1} + \dots + \beta^i \varepsilon_t = \sum_{j=0}^i \varepsilon_{t+j} \beta^{i-j}$$

$$\text{Dimana : } D_t^L - \hat{D}_t^L = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^i \varepsilon_{t+j} \beta^{i-j} = D_t^L - \hat{D}_t^L = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-i-1} \varepsilon_{t+i} \beta^j = \sum_{i=0}^{L-1} \varepsilon_{t+i} \frac{1 - \beta^{L-i}}{1 - \beta}$$

Maka diperoleh :

$$\begin{aligned} \text{VAR} \left( D_t^L - \hat{D}_t^L \right) &= \sum_{i=0}^{L-1} \left( \frac{1 - \beta^{L-i}}{1 - \beta} \right)^2 \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{(1 - \beta)^2} \sum_{i=0}^{L-1} (1 - \beta^{L-i})^2 \\ \text{VAR} \left( D_t^L - \hat{D}_t^L \right) &= \frac{\sigma_d^2 (1 + \beta)}{(1 - \beta)} \sum_{i=1}^L (1 - \beta^i)^2 \quad (15) \end{aligned}$$

Sehingga variansi dari kesalahan peramalan permintaan saat L tidak tergantung pada t dan ditentukan oleh :

$$\left( \hat{\sigma}_t^L \right)^2 = \frac{\sigma_d^2 (1 + \beta)}{1 - \beta} \sum_{i=1}^L (1 - \beta^i)^2 \quad (16)$$

#### e. Penentuan Variansi Order Quantity

Dari persamaan (1) dan persamaan (2) didapatkan :

$$q_t = S_t - S_{t-1} + D_{t-1} = \left( \hat{D}_t + z \hat{\sigma}_t \right) - \left( \hat{D}_{t-1} + z \hat{D}_{t-1} \right) + D_{t-1} = \left( \hat{D}_t - \hat{D}_{t-1} \right) + D_{t-1} \quad (17)$$

Dari persamaan (13),  $q_t$  didefinisikan :

$$q_t = \frac{1 - \beta^{L+1}}{1 - \beta} D_{t-1} - \frac{\beta(1 - \beta^L)}{1 - \beta} D_{t-2}$$

$$\text{Jadi, } \text{VAR}(q_t) = \left( \frac{1 - \beta^{L+1}}{1 - \beta} \right)^2 \text{VAR}(D_{t-1}) + \frac{\beta^2(1 - \beta^L)^2}{(1 - \beta)^2} \text{VAR}(D_{t-2}) - 2 \frac{1 - \beta^{L+1}}{1 - \beta} \frac{\beta(1 - \beta^L)}{1 - \beta} \text{COV}(D_{t-1}, D_{t-2}) \quad (18)$$

$$\text{Dengan ketentuan bahwa : } \text{VAR}(D_{t-1}) = \text{VAR}(D_{t-2}) = \sigma_d^2 \quad (19a)$$

$$\text{COV}(D_{t-1}, D_{t-2}) = \beta \sigma_d^2 \quad (19b)$$

Maka :

$$\begin{aligned} \text{VAR}(q_t) &= \left( \frac{1 - \beta^{L+1}}{1 - \beta} \right)^2 \sigma_d^2 + \frac{\beta^2(1 - \beta^L)^2}{(1 - \beta)^2} \sigma_d^2 - 2 \frac{1 - \beta^{L+1}}{1 - \beta} \frac{\beta(1 - \beta^L)}{1 - \beta} \beta \sigma_d^2 \\ &= \frac{(1 - \beta^{L+1})^2 + \beta^2(1 - \beta^L)^2 - 2\beta^2(1 - \beta^{L+1})(1 - \beta^L)}{(1 - \beta)^2} \sigma_d^2 = \end{aligned}$$

$$\frac{(1 + \beta) - 2\beta^{L+1}(1 + \beta) + 2\beta^{2L+2}}{1 - \beta} \sigma_d^2$$

$$\text{VAR}(q_t) = \frac{(1 + \beta)(1 - 2\beta^{L+1}) + 2\beta^{2L+2}}{1 - \beta} \sigma_d^2 \quad (20)$$

Sehingga variansi dari *order quantity* pada periode  $t$  dapat ditentukan dengan persamaan (21) berikut ini :

$$\text{VAR}(q_t) = \frac{(1 + \beta)(1 - 2\beta^{L+1}) + 2\beta^{2L+2}}{1 - \beta} \sigma_d^2 \quad (21)$$

Dengan mengetahui variansi *order quantity*, maka *bullwhip effect* dapat dievaluasi. Oleh karena itu, ukuran *bullwhip effect* dapat dinyatakan sebagai rasio variansi *order quantity* dengan variansi permintaan. Sehingga dari persamaan (21), ukuran *bullwhip effect* dapat ditentukan dengan :

$$B(L, \beta) = \frac{\text{VAR}(q_t)}{\sigma_d^2} = \frac{(1 + \beta)(1 - 2\beta^{L+1}) + 2\beta^{2L+2}}{1 - \beta} \quad (22)$$

#### f. Pengaruh Koefisien MA(1) dan Lead Time

Dari  $f_i(L, \beta) = 2\beta^i(1 - \beta^{L+1})$  ( $i = 1, 2, \dots, L$ ) dapat dikembangkan dengan tahapan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} B(L, \beta) &= \frac{(1 + \beta)(1 - 2\beta^{L+1}) + 2\beta^{2L+2}}{1 - \beta} = \frac{1 + \beta - 2\beta^{L+1} - 2\beta^{L+2}(1 - \beta^L)}{1 - \beta} \\ &= \frac{(1 - \beta)(1 + 2\beta + 2\beta^2 + \dots + 2\beta^L) - 2\beta^{L+2}(1 - \beta)(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{L-1})}{1 - \beta} \\ &= (1 + 2\beta + 2\beta^2 + \dots + 2\beta^L) - 2\beta^{L+2}(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{L-1}) \end{aligned}$$

$$B(L, \beta) = 1 + \sum_{i=1}^L 2\beta^i(1 - \beta^{L+1}) \quad (23)$$

$$B(L, \theta) = 1 + \sum_{i=1}^L 2 \left( \frac{-\theta}{1 + \theta^2} \right)^i \left( 1 - \left( \frac{-\theta}{1 + \theta^2} \right)^{L+1} \right) \quad (24)$$

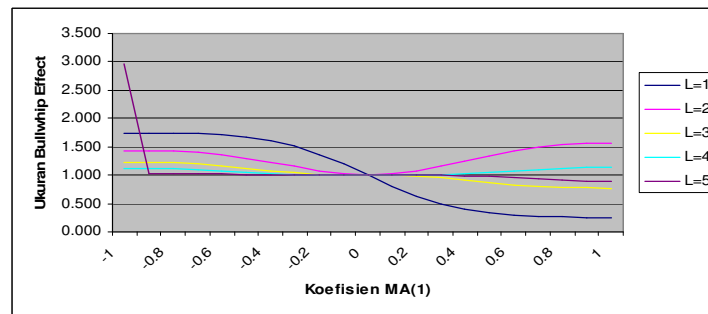
Dari persamaan  $\beta = \frac{-\theta}{1+\theta^2}$ , nilai  $\beta = r$  dikorelasikan dengan  $\theta$  diperoleh  $-1 < \theta < 1$  dan nilai

$$\theta \text{ yang dapat memenuhi adalah } -0.5 \leq \frac{-\theta}{1+\theta^2} \leq 0.5$$

### Perilaku Model

Analisis mengenai perilaku model diperlukan untuk mengetahui pengaruh atau efek parameter MA(1) dan *lead time* pada ukuran *bullwhip*. Untuk analisis perilaku model ini didefinisikan bahwa terjadi *bullwhip effect* jika nilai  $B(L, \theta)$  adalah  $>1$ .

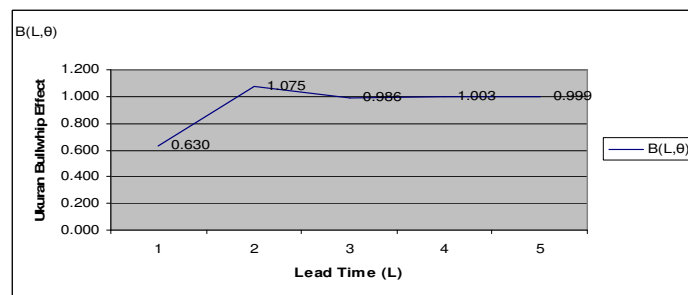
#### a. Pengaruh Parameter MA ( $\theta$ ) Terhadap $B(L, \theta)$



Gambar 1. Pengaruh  $\theta$  terhadap  $B(L, \theta)$

Bahwa perubahan nilai *bullwhip effect* ditentukan dari nilai koefisien  $\theta$ . Terjadinya *bullwhip effect* tersebut karena nilai  $\theta$  yang digunakan adalah  $-1 < \theta < 1$ , dengan nilai  $B(L, \theta)$  yang dihasilkan adalah  $>1$ .

#### b. Pengaruh Lead Time ( $L$ ) Terhadap $B(L, \theta)$



Gambar 2.  $B(L, \theta)$ ,  $\theta=0.2$

Nilai  $B(L, \theta)$  yang dihasilkan tersebut disebabkan karena adanya pengaruh *lead time*, dimana *lead time* dapat meningkatkan variabilitas dalam meramalkan permintaan sehingga dapat diperkirakan terjadinya *bullwhip effect*.

### Implementasi Model MA(1)

Dari data permintaan barang yang dikumpulkan, diperoleh nilai  $r$  yaitu koefisien korelasi untuk MA(1).

Tabel 1. Data Peramalan MA(1)

Bulan	Aktual (X)	Peramalan (Y)	XY	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
Jan	1659100	0	0	2752612810000	0
Feb	1440100	0	0	2073888010000	0
Mar	1367300	0	0	1869509290000	0
Apr	1342700	1488833	1999056069100	1802843290000	2216623701889
Mei	1382600	1383367	1912643214200	1911582760000	1913704256689
Juni	1310000	1364200	1787102000000	1716100000000	1861041640000
Juli	1571900	1345100	2114362690000	2470869610000	1809294010000
Agust	1473200	1421500	2094153800000	2170318240000	2020662250000
Sept	1411100	1451700	2048493870000	1991203210000	2107432890000
Okt	1682700	1485400	2499482580000	2831479290000	2206413160000
Nov	1398700	1522333	2129287167100	1956361690000	2317497762889
Des	1394500	1497500	2088263750000	1944630250000	2242506250000
<b>Total</b>	<b>17433900</b>	<b>12959933</b>	<b>18672845140400</b>	<b>25491398450000</b>	<b>18695175921467</b>

Dengan menggunakan rumusan :

$$r_{XY} = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n \sum Y^2 - (\sum Y)^2}} = \frac{Cov_{XY}}{\sqrt{Var_X} \sqrt{Var_Y}}$$

Diperoleh nilai  $r_{XY} = -0.1779$ , dimana korelasi empiris untuk MA(1) adalah  $r = \frac{-\theta}{1+\theta^2}$ .

Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya, nilai  $\theta$  yang digunakan dalam model MA(1) adalah  $-1 < \theta < 1$  sehingga dapat ditulis  $-0.5 < r < 0.5$ . Hal ini menunjukkan bahwa model yang dihasilkan dapat diimplementasikan pada perusahaan karena nilai  $r > -0.5$

#### 4. KESIMPULAN

Penelitian ini menyelidiki *supply chain* sederhana dengan satu retailer dan satu supplier dimana retailer mempekerjakan inventory berdasar kebijakan stock. Hasil kuantitatif untuk model MA(1) menunjukkan bahwa koefisien MA dan *lead time* mempunyai tumbukan yang cukup besar pada BE. Dari model pengukuran *bullwhip* yang dihasilkan dapat diimplementasikan karena nilai  $r > -0.5$

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Diana, Yan Wu., dan E. Katok., (2006). Learning, communication, and the bullwhip effect. *Journal of Operations Management*, **246**, 839-850.
- [2] I Nyoman Pujawan., (2005). *Supply Chain Management*. Surabaya, Guna Widya.
- [3] Lee, H., P. Padmanabhan and S. Whang., (1997). Information distortion in a supply chain: The bullwhip effect. *Management Science*, **43**, 546-58.
- [4] Moyaux, T., B., Chaib-draa, S., D'Amours., (2006). *Information Sharing as Mechanism for Reducing the Bullwhip Effect In A Supply Chain*. National Science and Engineering Research. University Laval, Quebec City, Quebec, Canada.
- [5] Warburton, R. D. H., (2004). An analytical investigation of the bullwhip effect. *Journal of Production and Operations Management*, **13** no. 2, 150-160.